$\boxed{\text{TD T1 - Corrigé}}$

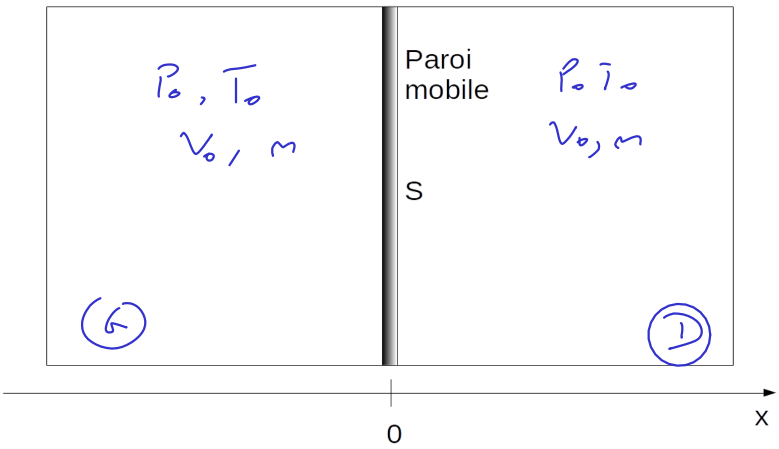
T1 - Enceinte à 2 compartiments

$P_0 = 10^6$ Pa

$T_0 = 300$ K.

$S = 200$ cm^2 $= 2 \times 10^{-2}$ m^2.

$n = 2,0$ mol.



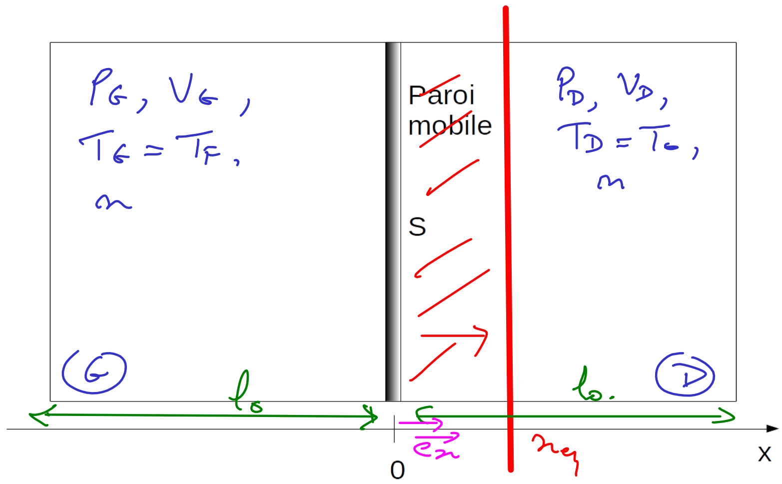
1) $V_0 = ?$

A l'équilibre : $P_0 V_0 = nRT_0 \Longrightarrow \boxed{V_0 = \dfrac{nRT_0}{P_0}}$ (m^3, K, Pa)

A.N. $V_0 = 5 \times 10^{-3}$ m^3 $= 5$ L

2)

$T_F = 350$ K.



x_{eq} ? On pose $l_0 = \dfrac{V_0}{S}$

A l'équilibre : $V_G = S(l_0 + x_{eq}) = V_0 + S x_{eq}$

$V_D = S(l_0 - x_{eq}) = V_0 - S x_{eq}$

$V_G = ?$ $V_D = ?$

A l'équilibre, TCM du centre de masse appliqué au piston :

$$\vec{0} = \vec{F_G} + \vec{F_D}$$

avec $\vec{F_G} = P_G S \vec{e_x}$ et $\vec{F_D} = P_D S \times (-\vec{e_x})$

D'où $\boxed{P_D = P_G}$ (*)

On a à l'équilibre :

à gauche, $P_G V_G = nRT_F \Leftrightarrow P_G = \frac{nRT_F}{V_G} = \frac{nRT_F}{(l_0+x_{eq})S}$

à droite $P_D V_D = nRT_D \Leftrightarrow P_D = \frac{nRT_0}{V_D} = \frac{nRT_0}{(l_0-x_{eq})S}$

D'où (*) devient :

$$\frac{n\cancel{R}T_F}{(l_0+x_{eq})\cancel{S}} = \frac{n\cancel{R}T_0}{(l_0-x_{eq})\cancel{S}} \Leftrightarrow T_F(l_0-x_{eq}) = T_0(l_0+x_{eq})$$

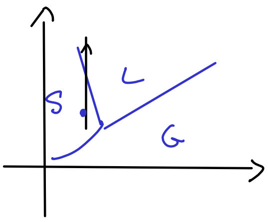
$$\Leftrightarrow x_{eq}(T_0+T_F) = l_0(T_F-T_0)$$

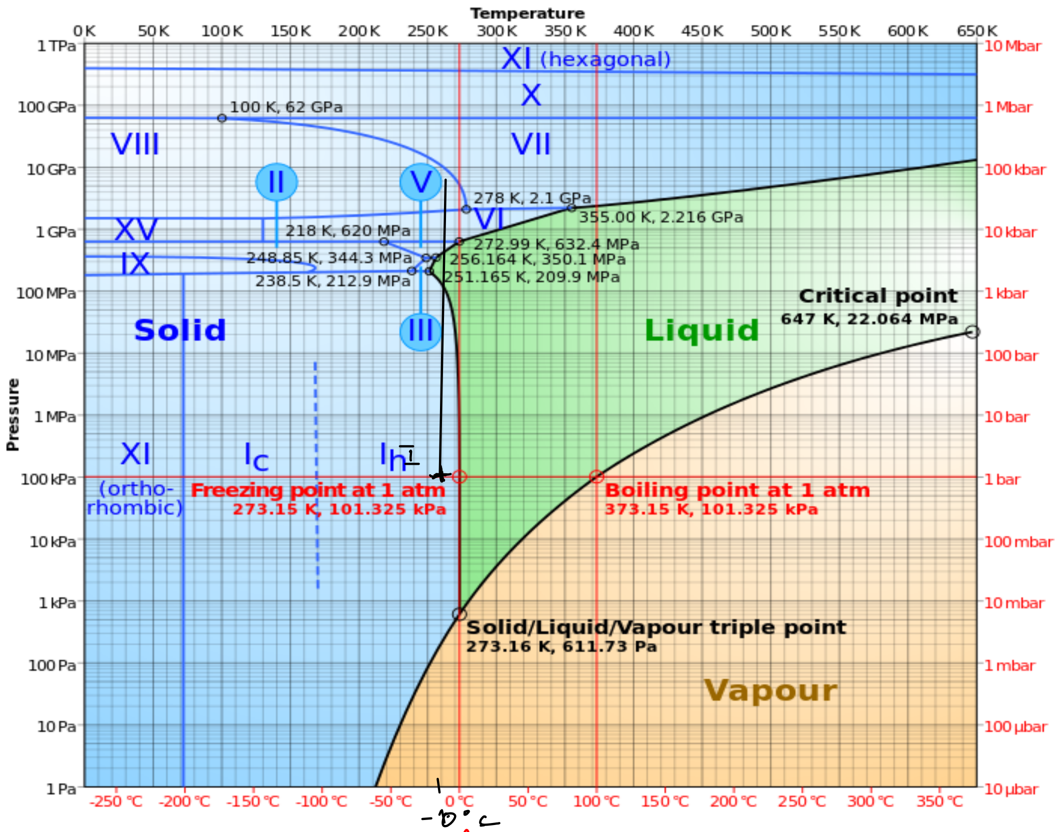
$$\Leftrightarrow \boxed{\underset{L}{x_{eq}} = \underset{L}{l_0}\,\frac{\overset{\Theta}{(T_F-T_0)}}{\underset{\Theta}{T_F+T_0}}}$$

Cas limite : * $T_F = T_0 \Rightarrow x_{eq} = 0$ ✓ Etat initial

* $T_F \gg T_0 \Rightarrow x_{eq} \approx l_0 \frac{T_F}{T_F} \approx l_0$ cohérent.

T2 - Regel de l'eau





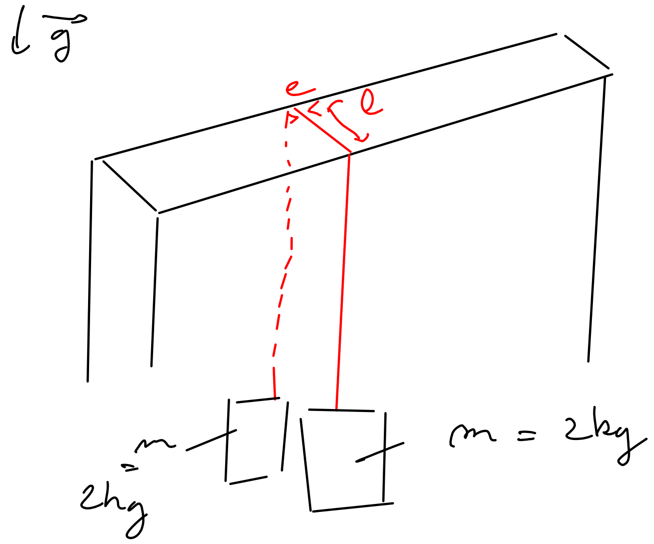
Hyp : localement, sous le fil, la pression de la glace ↗

⇒ liquéfact° de l'eau

- le fil traverse l'eau liquide
- la pression P devient égale à Patm ⇒ l'eau se solidifie

- et ainsi de suite pour les couches successives de glace.
- le fil traverse le pain de glace sans le fendre.

Soumettons l'hypothèse à l'expérience.
Evaluons la pression sous le fil P



$\underline{Hyp}$: $T \sim 263K$ $(-10°C)$

P dépend de :
- la masse m des bouteilles
  $m = \rho V$ avec $V \sim 2{,}0L \Rightarrow m = 2kg$
- surface du fil.
  $S = l \times e$
  avec $e \sim 1 \times 10^{-3}\,m$
  $l \sim 5 \times 10^{-2}\,m$
- Pression uniforme sous le fil
  (faux)

Calcul de la pression ;
$\underline{Syst}$: {fil + masse}
$\underline{Ref}$: labo, galiléen,
$\underline{IDF}$:
- poids $\vec{P} = 2m\vec{g}$
- réaction de la glace, $\vec{R}$ + Patm négligée.

$\underline{TCM}$:
$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \quad \text{mais} \quad \vec{a} \simeq \vec{0}$$
$$\Rightarrow \vec{R} = -\vec{P} = -2m\vec{g}.$$

3e loi de Newton : $\vec{F}_{fil \to glace} = -\vec{F}_{glace \to fil}$
$$= -\vec{R}$$
$$\boxed{\vec{F}_{fil - glace} = 2m\vec{g}}$$

D'où $P = \dfrac{F_{fil-glace}}{S} \Leftrightarrow \boxed{P = \dfrac{2mg}{S}}$

$\underline{A.N.}$: $m = 2kg$, $g = 10\,m.s^{-2}$, $S = l \times e = 5 \times 10^{-5}$
d'où $P \sim \dfrac{2 \times 2 \times 10}{5 \times 10^{-5}} \sim 10^6\,Pa \sim 1\,MPa$

Conclusion : P trop petite pour expliquer le phénomène.

Critique du modèle :

- Si $T \sim 273\ K$: $P = 1\ MPa$ suffisant pour expliquer le phénomène.
- Sous estimation de la pression : corde cylindrique
  $\Rightarrow e < 1\ mm$, la corde qui se déforme
  $\ell < 5\ cm$

T3- Modélisation d'un gaz réel

1. Modèle de Clausius

1. $P(V_m - b) = RT \xrightarrow[\text{pour } n \text{ moles}]{\times n} P(nV_m - nb) = nRT$

$$\boxed{P(V - nb) = nRT}$$

terme correctif b.P.

2. Isothermes : $PV = f(P)$ diag d'Amagat.

$PV - Pnb = nRT$

$$\boxed{PV = \underbrace{nRT}_{\text{cste.}} + (nb) \times P}$$

Allure des isothermes.

Mesure de b ?

→ n connu

→ on mesure $\alpha = nb$

→ on en déduit b

3. $[b] = V$

$P(V_m - b) = RT$

$[V] \Rightarrow [V]$

4. $V(P \to +\infty) = ?$

$P(V_m - b) = RT$

$\Leftrightarrow V_m = \frac{RT}{P} + b$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{P \to +\infty} V_m = b}$$

$\Rightarrow$ b est le volume propre d'une mole des constituants du gaz.

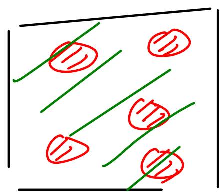
$\Rightarrow$ les constituants ne sont pas ponctuels

2. Modèle de Van der Waals.

$$\Big(\underbrace{P+\frac{n^2a}{V^2}}_{\text{correct° de la pression.}}\Big)(V-nb)=nRT \quad , \quad a \text{ et } b>0$$

1) $P=\dfrac{nRT}{V-nb}-\underbrace{\dfrac{n^2a}{V^2}}_{\text{correct°}}$ $\Rightarrow$ pression plus faible que prédite par le modèle du G.P.

Le modèle prend en compte les interact° entre particules



2/ $\dfrac{b}{V_m} \ll 1$: gaz peu dense

volume propre d' 1 mole de particules (b)

volume d' 1 mole de particules (V_m)

DL !

Mq : $PV_m = RT\left(1+\dfrac{A(T)}{V_m}\right)$

$$\Big(P+\frac{n^2}{V^2}a\Big)\Big(\frac{V-nb}{n}\Big)=\frac{nRT}{n} \iff \Big(P+\frac{n^2}{V^2}a\Big)(V_m-b)=RT$$

$1/V_m{}^2$

$$\iff P=\frac{RT}{V_m-b}-\frac{a}{V_m{}^2} \iff P=\frac{RT}{V_m}\times\frac{1}{1-\frac{b}{V_m}}-\frac{a}{V_m{}^2}$$

avec $\dfrac{1}{1-\underbrace{\frac{b}{V_m}}_{\ll 1}} \approx 1+\dfrac{b}{V_m}$ à l'ordre 1 en $\left(\dfrac{b}{V_m}\right)$

D'où $P \approx \dfrac{RT}{V_m}\left(1+\dfrac{b}{V_m}\right)-\dfrac{a}{V_m{}^2}$

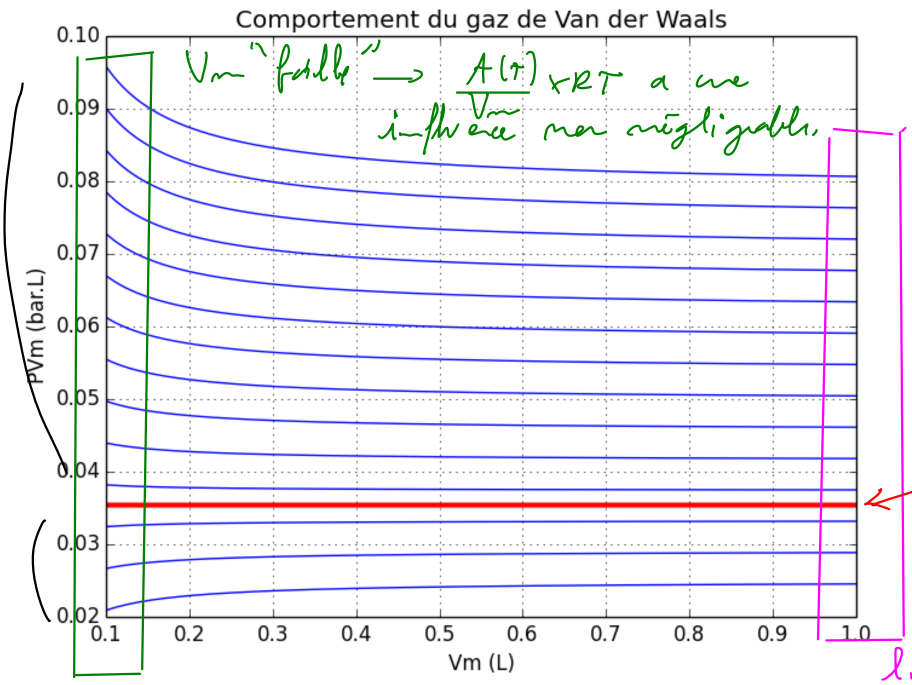
$$\iff PV_m = RT\left(1+\frac{b}{V_m}\right)-\frac{a}{V_m}$$

$$\iff PV_m = RT\left(1+\frac{b}{V_m}-\frac{a}{RTV_m}\right)$$

$$\iff \boxed{PV_m = RT\left(1+\frac{A(T)}{V_m}\right)}$$

avec $\boxed{A(T)=b-\dfrac{a}{RT}}$

3./



$A(T) < 0$

$A(T) > 0$

V_m "faible" $\longrightarrow$ $\frac{A(T)}{V_m} \times RT$ a une influence non négligeable.

$a = 0{,}137 \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-2}$

$b = 3{,}87 \times 10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$

$$PV_m = \underbrace{RT}_{\text{cste}} - \frac{\overset{\text{cste}}{A(T)}\,\overset{\text{cste}}{RT}}{V_m}$$

↳ allure : branche hyperbolique.

T_M : $A(T) = 0$
$\Rightarrow \forall V_m,\ PV_m = RT$
$\longrightarrow$ comportement de G.P.

$\lim_{V_m \to +\infty} PV_m = RT$

$\lim_{V_m \to +\infty} PV_m = RT \Rightarrow$ droite horizontale.
$\Rightarrow$ gaz parfait
↳ cohérent car gaz peu dense
$\Rightarrow$ volume propre + interact° entre particules négligeables.

4./ $A(T_M) = 0 \iff b - \frac{a}{RT_M} = 0$

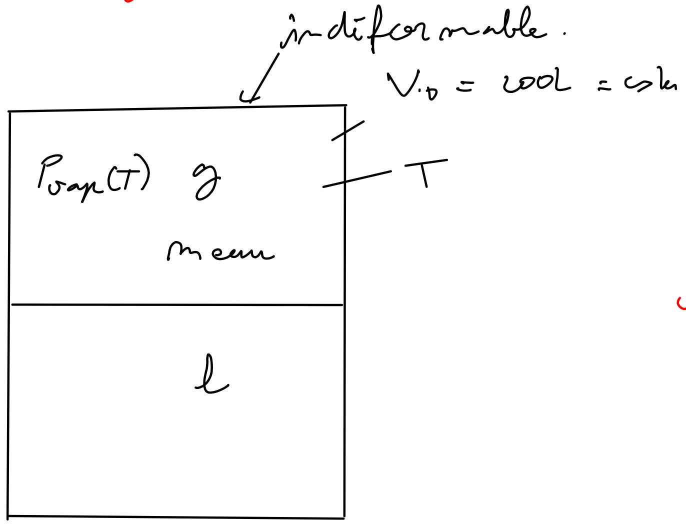
$$\iff \boxed{T_M = \frac{a}{Rb}}$$

A.N. $T_M \sim \frac{0{,}137}{3{,}87 \times 10^{-5}} \times \frac{1}{8{,}\ldots} \sim \frac{0{,}13}{0{,}39} \times 10^4 \times \frac{1}{10}$ $\;\frac{1}{3}$

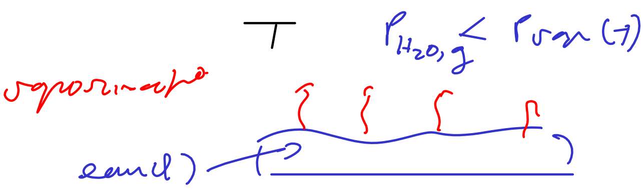
$\sim \frac{1}{3} \times 10^3$

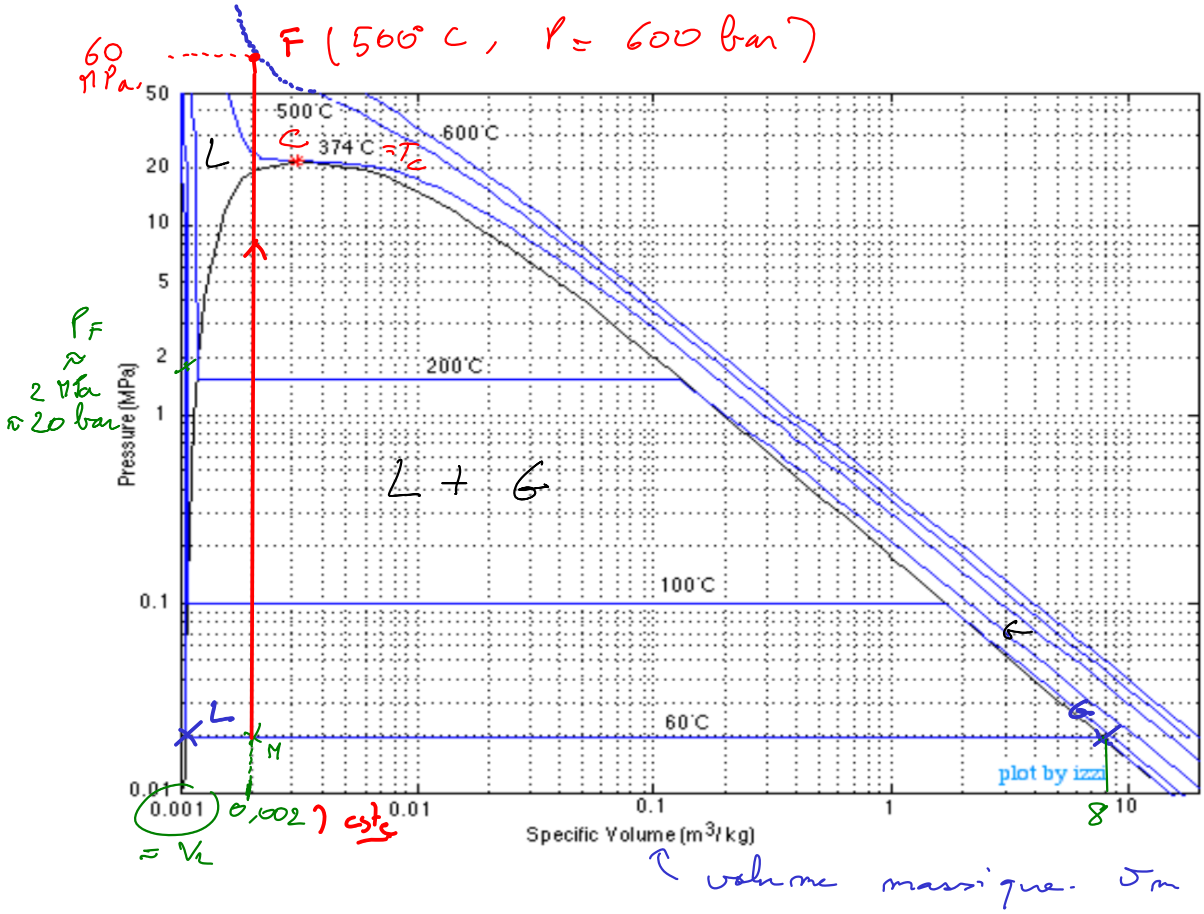
$\sim$ 330 K.

T4 - Stockage d'eau dans un ballon d'eau chaude



Séchage du linge



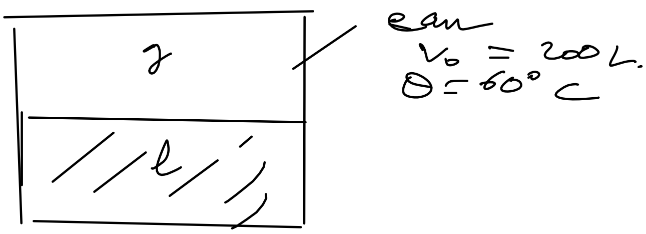


1/ $m = m_1 = 100$ kg

1.1, $\theta = 60°C$,

$x_g = ?$

$x_l = ?$



$\Sigma = \{\text{eau}, l + \text{eau}, g\}$: $v_m(M) = \dfrac{V_0}{m_1} = \dfrac{200 \times 10^{-3}}{100} = 2 \times 10^{-3}\ m^3 kg^{-1}$

Théorème des moments. Avec $V_M = 0,2 \ m^3.kg^{-1}$

$V_G = 8 \ m^3.kg^{-1}$

$V_L = 1,0 \times 10^{-3} \ m^3.kg^{-1}$

$$x_l = \frac{V_G - V_M}{V_G - V_L}$$

$$x_g = \frac{V_M - V_L}{V_G - V_L}$$

A.N. : $x_l \approx \frac{8 - 0,002}{8} \approx 99,9\,\%$ $\qquad x_g \approx \frac{0,001}{8} \approx 0,012\,\%$

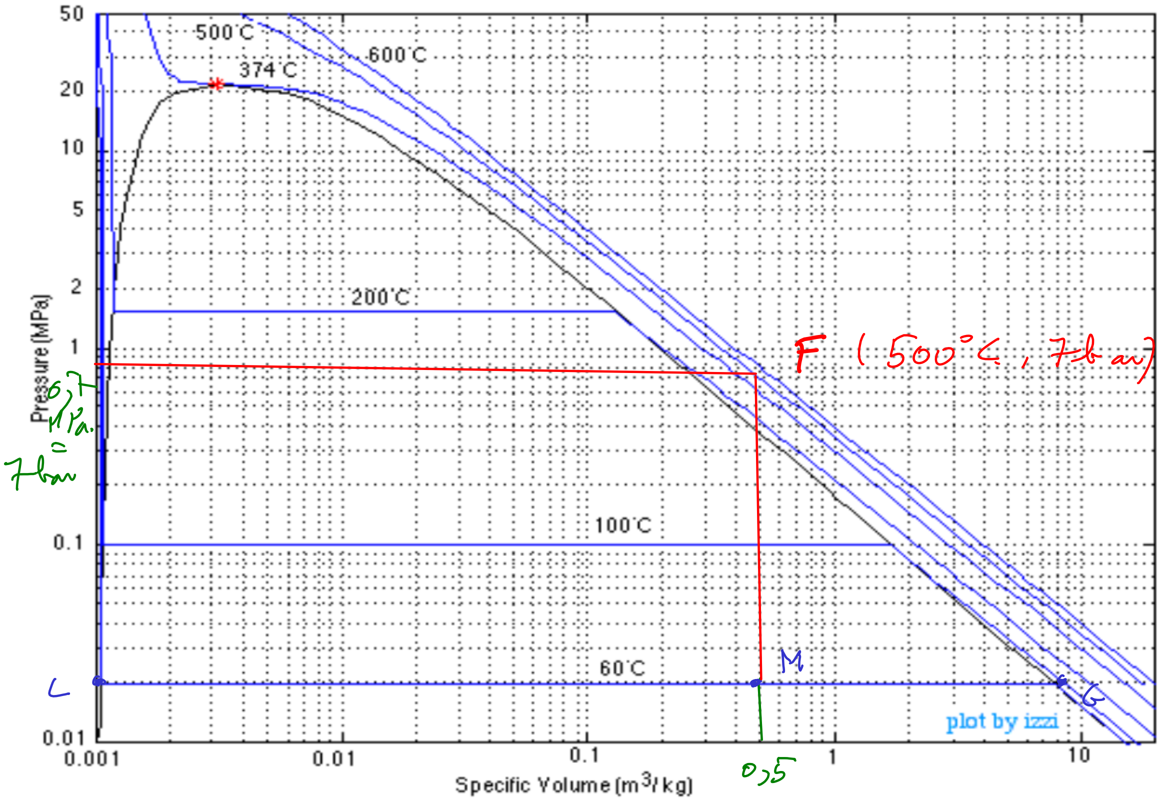
1.2. θ : $60°C \longrightarrow 500°C$

Graphiquement : état fluide

État F ($\theta = 500°C$, $v = 0,2 \ m^3.kg^{-1}$, $P_1 \approx 600 \ bar$.)

Hyp : le ballon explose.

2. $m = m_2 \ 400 \ g$. $\Rightarrow$ $v_m(M) = \frac{V_0}{m_2} = \frac{200 \times 10^{-3}}{400 \times 10^{-3}} = 0,5 \ m^3.kg^{-1}$

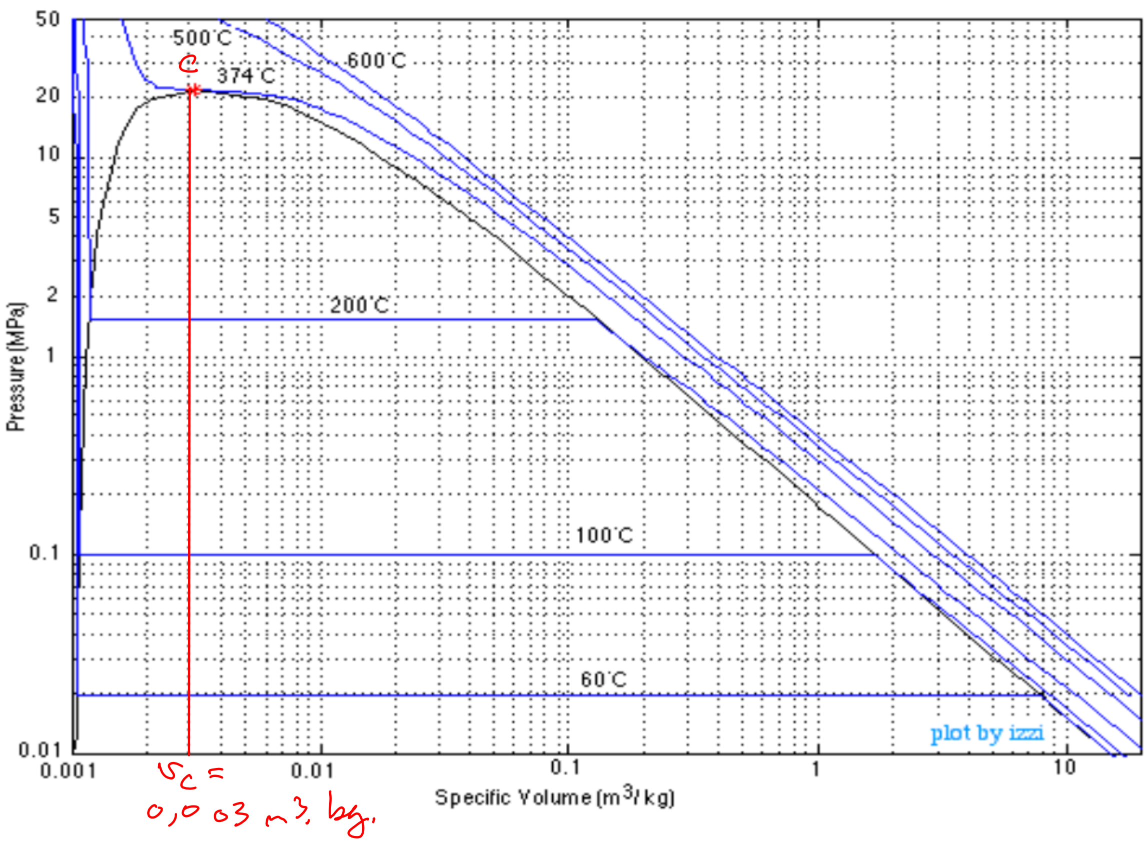


$$x_l = \frac{V_G - V_M}{V_G - V_L} \approx \frac{8 - 0,5}{8} \approx 1 - \frac{0,5}{8} \approx 1 - 0,016 = 0,984 = 98,4\,\%$$

$$x_g = 1 - x_l = 1,6\,\%$$

2.2. θ ; 60° ⟶ 560°C
Graphiquement, P_2 = 7 bar. Le ballon n'explose pas.

3.



m_1 = 100 kg ⇒ $v_1 < v_c$
m_2 = 400 g ⇒ $v_2 > v_c$
Si $v_M < v_c$ alors un échauffement isochore augmente beaucoup la pression du système.
Si $v_M > v_c$ alors un échauffement isochore augmente peu la pression du système.
Il faut stocker le fluide de façon à ce que $v_M > v_c$